

Домашнее задание на 1 марта

1. На стороне CD квадрата ABCD построен равносторонний треугольник CPD. Найдите высоту треугольника ABP, проведенную из вершины A, если известно, что сторона квадрата равна 1.
2. В треугольнике ABC проведены биссектрисы AD и CE. Найдите длину отрезка DE, если $AC = 6$, $AE = 2$, $CD = 3$.
3. В треугольнике ABC точка D лежит на прямой BC, причем окружности, вписанные в каждый из треугольников ADC и ADB, касаются стороны AD в точках E и F. Найдите длину отрезка EF, если $AB=5$, $AC=10$, $BC=12$, $BD:DC=1:3$.
4. В треугольнике ABC известны стороны: $AB = 6$, $BC = 8$, $AC = 9$. Окружность, проходящая через точки A и C, пересекает прямые BA и BC соответственно в точках K и L, отличных от вершин треугольника. Отрезок KL касается окружности, вписанной в треугольник ABC. Найдите длину отрезка KL.

Домашнее задание к 8 марта.

1. В треугольнике ABC I – центр вписанной окружности, O – центр описанной окружности. Угол AIC равен 140° , найдите угол AOC.
2. Основания трапеции равны 4 и 16. Найдите радиусы окружностей, вписанной в трапецию и описанной около нее, если известно, что эти окружности существуют.
3. Медиана AM и биссектриса CD прямоугольного треугольника ABC (B – прямой угол) пересекаются в точке O. Найдите площадь треугольника ABC, если $CO=9$, $OD=5$.
4. В остроугольном треугольнике ABC провели высоту BH. Из точки H на стороны AB и BC опустили перпендикуляры HK и HM соответственно. А) Докажите, что треугольник MBK подобен треугольнику ABC. Б) Найдите отношение площади треугольника MBK к площади четырехугольника AKMC, если $BH=2$, а радиус окружности, описанной около треугольника ABC, равен 4.

Домашнее задание к 22 марта.

1. В 1-е классы поступает 45 человек: 20 мальчиков и 25 девочек. Их распределили по двум классам: в одном должно получиться 22 человека, а в другом — 23. После распределения посчитали процент девочек в каждом классе и полученные числа сложили. Каким должно быть распределение по классам, чтобы полученная сумма была наибольшей?



2. Продолжение биссектрисы CD равнобедренного треугольника ABC пересекает окружность, описанную около этого треугольника, в точке E . Окружность, описанная около треугольника ADE , пересекает прямую AC в точке F , отличной от A . Найдите радиус окружности, описанной около треугольника ABC , если $AC = 6$, $AF = 3$, угол BAC равен 45° .
3. На гипотенузу AB прямоугольного треугольника ABC опустили высоту CH . Из точки H на катеты опустили перпендикуляры HK и HE .
 - а) Докажите, что точки A , B , K и E лежат на одной окружности.
 - б) Найдите радиус этой окружности, если $AB = 24$, $CH = 7$.
4. Алексей взял кредит в банке на срок 12 месяцев. По договору Алексей должен вернуть кредит ежемесячными платежами. В конце каждого месяца к оставшейся сумме долга добавляется $r\%$ этой суммы и своим ежемесячным платежом Алексей погашает эти добавленные проценты и уменьшает сумму долга. Ежемесячные платежи подбираются так, чтобы долг уменьшался на одну и ту же величину каждый месяц (на практике такая схема называется «схемой с дифференцированными платежами»). Известно, что общая сумма, выплаченная Алексею банку за весь срок кредитования, оказалась на 13% больше, чем сумма, взятая им в кредит. Найдите r .

Домашнее задание к 29 марта.

1. Антон взял кредит в банке на срок 6 месяцев. В конце каждого месяца общая сумма оставшегося долга увеличивается на одно и то же число процентов (месячную процентную ставку), а затем уменьшается на сумму, уплаченную Антоном. Суммы, выплачиваемые в конце каждого месяца, подбираются так, чтобы в результате сумма долга каждый месяц уменьшалась равномерно, то есть на одну и ту же величину. Общая сумма выплат превысила сумму кредита на 63% . Найдите месячную процентную ставку.
2. Банк под определенный процент принял некоторую сумму. Через год четверть накопленной суммы была снята со счета. Банк увеличил процент годовых на 40% . К концу следующего года накопленная сумма в $1,44$ раза превысила первоначальный вклад. Каков процент новых годовых?
3. В январе 2000 года ставка по депозитам в банке «Возрождение» составила $x\%$ годовых, тогда как в январе 2001 года — $y\%$ годовых, причем известно, что $x + y = 30\%$. В январе 2000 года вкладчик открыл счет в банке «Возрождение», положив на него некоторую сумму. В январе 2001 года, по прошествии года с того момента, вкладчик снял со счета пятую часть этой суммы. Укажите значение x , при котором сумма на счету вкладчика в январе 2002 года станет максимально возможной.



4. 31 декабря 2014 года Алексей взял в банке 6 902 000 рублей в кредит под 12,5% годовых. Схема выплаты кредита следующая — 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 12,5%), затем Алексей переводит в банк X рублей. Какой должна быть сумма X , чтобы Алексей выплатил долг четырьмя равными платежами (то есть за четыре года)?

Домашнее задание к 5 апреля.

1. В банк был положен вклад под банковский процент 10%. Через год хозяин вклада снял со счета 2000 рублей, а еще через год снова внес 2000 рублей. Однако вследствие этих действий через три года со времени первоначального вложения вклада он получил сумму меньше запланированной (если бы не было промежуточных операций с вкладом). На сколько рублей меньше запланированной суммы получил в итоге вкладчик?
2. В 8-литровой колбе находится смесь азота и кислорода, содержащая 32% кислорода. Из колбы выпустили некоторое количество смеси и добавили столько же азота; затем снова выпустили такое же, как и в первый раз, количество новой смеси и добавили столько же азота. В итоге процентное содержание кислорода в смеси составило 12,5%. Сколько литров смеси выпускали каждый раз?
3. В Доме правительства 18 этажей. На каждом этаже, кроме первого, находится министерство. Однажды утром все 17 министров зашли в лифт, который может сделать только один рейс, а дальше каждый министр должен идти до своего этажа пешком по лестнице. Известно, что каждый министр с неудовольствием опускается на один этаж вниз по лестнице и с двойным неудовольствием поднимается на один этаж вверх по лестнице. На каком этаже им следует остановить лифт, чтобы сумма всех неудовольствий была наименьшей?
4. Имеется три пакета акций. Общее суммарное количество акций первых двух пакетов совпадает с общим количеством акций в третьем пакете. Первый пакет в 4 раза дешевле второго, а суммарная стоимость первого и второго пакетов совпадает со стоимостью третьего пакета. Одна акция из второго пакета дороже одной акции из первого пакета на величину, заключенную в пределах от 16 тыс. р. до 20 тыс. р., а цена акции из третьего пакета не меньше 42 тыс. р. и не больше 60 тыс. р. Определите, какой наименьший и наибольший процент от общего количества акций может содержаться в первом пакете.
5. Найдите все значения параметра a , при которых уравнение $ax + \sqrt{3 - 2x - x^2} = 4a + 2$

Имеет единственное решение.



Домашнее задание к 19 апреля.

1. Найти все значения a , при которых уравнение имеет единственное решение:
$$\sqrt{x^4 + (a - 2)^4} = |x + a - 2| + |x - a + 2|.$$
2. Найти все значения a , при которых график функции $y = x^2 - 3x + 2 - |x^2 - 5x + 4| - a$ пересекает ось абсцисс не менее, чем в трех различных точках.
3. Найти все значения a , при которых уравнение имеет хотя бы одно решение: $a^2 - 7a + 7\sqrt{2x^2 + 49} = 3|x - 7a| - 6|x|$.
4. Найти все значения a , при которых система имеет единственное решение:
$$\begin{cases} 2^{\ln y} = 4^{|x|} \\ \log_2(x^4 y^2 + 2a^2) = \log_2(1 - ax^2 y^2) + 1 \end{cases}$$

Домашнее задание к 26 апреля.

1. Найдите все такие значения параметра a , при каждом из которых уравнение $(1 + \sin x)^4 - 4 \sin x = 7 - a - a^2$ не имеет решений.
2. Найдите все значения a , при каждом из которых множеством решений неравенства $\sqrt{5 - x} + |x + a| \leq 3$ является отрезок.
3. Найдите все значения a , при которых неравенство $\log_a \left(\frac{3 + 2x^4}{1 + x^4} \right) + \log_a \left(\frac{5 + 4x^4}{1 + x^4} \right) > 1$ выполняется для всех действительных значений x .
4. Найдите все значения a , при которых уравнение $\log_{x+1}(x + 5 - a) = 2$ имеет хотя бы один корень, принадлежащий промежутку $(-1; 2]$.

