Гущин Д. Д.

СПРАВОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ПОДГОТОВКИ К ЕГЭ ПО МАТЕМАТИКЕ

ЗАДАНИЯ В10: ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ ВЫРАЖЕНИЙ

Проверяемые элементы содержания и виды деятельности: знания основных соотношений между тригонометрическими функциями одного и того же аргумента, формул сложения, формул приведения, формул двойного аргумента, знание табличных значений тригонометрических функций, умение применять указанные знания при вычислениях и тождественных преобразованиях тригонометрических выражений.

Ориентировочное время выполнения учащимися: 5—10 минут.

Типы заданий:

- Преобразования тригонометрических выражений.
- Вычисление значений тригонометрических выражений.

ЭТО НАДО ЗНАТЬ

Основные формулы:

$$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$$

$$\operatorname{tg}\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} \qquad \operatorname{ctg}\alpha=\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$$

$$1+\operatorname{tg}^2\alpha=\frac{1}{\cos^2\alpha} \qquad 1+\operatorname{ctg}^2\alpha=\frac{1}{\sin^2\alpha}$$

$$\sin(\alpha\pm\beta)=\sin\alpha\cdot\cos\beta\pm\cos\alpha\cdot\sin\beta \qquad \cos(\alpha\pm\beta)=\cos\alpha\cdot\cos\beta\mp\sin\alpha\cdot\sin\beta$$

$$\operatorname{tg}(\alpha\pm\beta)=\frac{\operatorname{tg}\alpha\pm\operatorname{tg}\beta}{1\mp\operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\beta} \qquad \sin2\alpha=2\sin\alpha\cdot\cos\alpha$$

$$\cos2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha=2\cos^2\alpha-1=1-2\sin^2\alpha \qquad \operatorname{tg}2\alpha=\frac{2\operatorname{tg}\alpha}{1-\operatorname{tg}^2\alpha}$$

Правило для запоминания формул приведения. Чтобы записать формулу приведения для аргументов $0{,}5\pi\pm\alpha,\ \pi\pm\alpha,\ 1{,}5\pi\pm\alpha$ необходимо: 1) определить *четверть*, в которой лежит аргумент приводимой функции, предполагая α острым углом; 2) определить *знак* приводимой функции в этой четверти; 3) определить *вид функции,* не меняя ее названия для аргументов $\pi\pm\alpha$, и изменяя функцию на сходственную для аргументов $0{,}5\pi\pm\alpha,\ 1{,}5\pi\pm\alpha$. А именно:

$$\sin\left(\frac{\pi}{2}\pm\alpha\right)=\cos\alpha, \qquad \sin(\pi-\alpha)=\sin\alpha, \qquad \sin(\pi+\alpha)=-\sin\alpha,$$

$$\sin\left(\frac{3\pi}{2}\pm\alpha\right)=-\cos\alpha, \qquad \cos\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=\sin\alpha, \qquad \cos\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)=-\sin\alpha,$$

$$\cos(\pi\pm\alpha)=-\cos\alpha, \qquad \cos\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right)=\sin\alpha, \qquad \cos\left(\frac{3\pi}{2}-\alpha\right)=-\sin\alpha,$$

$$\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=\operatorname{ctg}\alpha, \qquad \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)=-\operatorname{ctg}\alpha, \qquad \operatorname{tg}(\pi+\alpha)=\operatorname{tg}\alpha,$$

$$\operatorname{tg}(\pi-\alpha)=-\operatorname{tg}\alpha, \qquad \operatorname{tg}\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right)=-\operatorname{ctg}\alpha, \qquad \operatorname{tg}\left(\frac{3\pi}{2}-\alpha\right)=\operatorname{ctg}\alpha.$$

Свойства четности и нечетности функций:

$$\sin(-\alpha) = -\sin\alpha \qquad \cos(-\alpha) = \cos\alpha$$
$$\operatorname{tg}(-\alpha) = -\operatorname{tg}\alpha \qquad \operatorname{ctg}(-\alpha) = -\operatorname{ctg}\alpha$$

Табличные значения тригонометрических функций

$\sin 0 = 0$	$\cos 0 = 1$	$\operatorname{tg} 0 = 0$	$\operatorname{ctg} 0$ не существует
$\sin\frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$	$\cos\frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$	$\operatorname{tg}\frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{3}$	$\operatorname{ctg}\frac{\pi}{6} = \sqrt{3}$
$\sin\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$	$\cos\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$	$\operatorname{tg}\frac{\pi}{4} = 1$	$\operatorname{ctg}\frac{\pi}{4} = 1$
$\sin\frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$	$\cos\frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$	$\operatorname{tg}\frac{\pi}{3} = \sqrt{3}$	$\operatorname{ctg}\frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{3}$
$\sin\frac{\pi}{2} = 1$	$\cos\frac{\pi}{2} = 0$	$\operatorname{tg}\frac{\pi}{2}$ не существует	$\operatorname{ctg}\frac{\pi}{2} = 0$

ВНИМАНИЕ: ОСОБЕННОСТИ ЭКЗАМЕНАЦИОННЫХ ЗАДАНИЙ

Большая часть заданий, включенных в ЕГЭ, представляет собой задачи на вычисление значений числовых тригонометрических выражений с применением формул двойных углов и формул приведения. При этом наиболее часто используются следующие следствия из формул приведения: если $\alpha + \beta = 90°$, то $\sin\alpha = \cos\beta$, $\operatorname{tg}\alpha = \operatorname{ctg}\beta$, а если $\alpha + \beta = 180°$, то синусы углов α и β равны, а их косинусы, тангенсы и котангенсы противоположны.